

**РОСЖЕЛДОР**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Ростовский государственный университет путей сообщения»  
(ФГБОУ ВПО РГУПС)**

---

Г.В. Рядченко, М.А. Буракова, В.А. Бондаренко

**ВЫЯВЛЕНИЕ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ**

Учебно-методическое пособие  
к практическим занятиям

Ростов-на-Дону  
2015

Рецензент – кандидат технических наук, доцент А.В. Костюков

**Рядченко, Г.В.**

Выявление систематических погрешностей: учебно-методическое пособие к практическим занятиям / Г.В. Рядченко, М.А. Буракова, В.А. Бондаренко; ФГБОУ ВПО РГУПС. – Ростов н/Д, 2015. – 16 с. – Библиогр.: с. 15.

Учебно-методическое пособие предназначено для проведения практических работ по дисциплине «Метрология, стандартизация, сертификация». Приведена методика решения задач по выявлению систематических погрешностей при проведении измерений, а также варианты индивидуальных заданий для выполнения самостоятельных работ.

Предназначено для студентов 3-го курса всех форм обучения по направлениям подготовки 23.05.03 – «Подвижной состав железных дорог», 13.03.02 – «Электроэнергетика и электротехника», 08.03.01 – «Строительство», изучающих дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификация» и «Основы метрологии, стандартизации, сертификации и контроля качества».

Одобрено к изданию кафедрой «Основы проектирования машин».

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Цель работы . . . . .	4
1 Общие положения . . . . .	4
2 Основы дисперсионного анализа . . . . .	5
3 Пример решения задачи . . . . .	9
4 Вопросы для самопроверки . . . . .	12
5 Задания для самостоятельной работы . . . . .	12
Библиографический список . . . . .	15

## ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Закрепление теоретических и привитие практических знаний в области расчёта систематических погрешностей измерения методом дисперсионного анализа.

## 1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

*Погрешность результата измерения* – это отклонение результата измерения от истинного (действительного) значения измеряемой величины.

Истинное значение величины неизвестно, его применяют только в теоретических исследованиях [1]. На практике используют действительное значение величины  $x_d$ . Тогда погрешность измерения  $\Delta x_{\text{изм}}$  определяется по формуле:

$$\Delta x_{\text{изм}} = x_{\text{изм}} - x_d, \quad (1)$$

где  $x_{\text{изм}}$  – измеренное значение величины.

По способу выражения погрешности измерений можно разделить на абсолютные и относительные.

*Абсолютная погрешность* выражается в единицах измеряемой величины и определяется по формуле (1).

*Относительная погрешность* выражается отношением абсолютной погрешности измерения к действительному или измеренному значению измеряемой величины. Относительную погрешность в долях или процентах находят из отношений:

$$\delta = \frac{\Delta x}{x}; \delta = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100 \%, \quad (2)$$

где  $\Delta x$  – абсолютная погрешность измерений;  
 $x$  – действительное или измеренное значение величины.

По характеру проявления погрешности делятся на систематические и случайные.

*Систематическая погрешность измерения* – это составляющая погрешности результата измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины. В зависимости от характера изменения систематические погрешности подразделяют на постоянные, прогрессивные, периодические и погрешности, изменяющиеся по сложному закону. Систематические погрешности должны быть определены и исключены из результатов измерений введением поправки – величины, равной по абсолютному значению систематической погрешности и противоположной ей по знаку.

*Случайная погрешность измерения* – это составляющая погрешности результата измерения, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) при повторных измерениях, проведенных с одинаковой тщательностью, одной и тоже физической величины.

Характеристиками систематических погрешностей являются: значение (для постоянной погрешности), функция определения (для переменной погрешности).

Случайные погрешности можно описать:

- вероятностными характеристиками;
- распределением (плотностью распределения) вероятностей;
- числовыми (точечными) характеристиками;
- интервальной характеристикой.

## 2 ОСНОВЫ ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА

Для проверки наличия систематических погрешностей используется дисперсионный анализ. Основная его идея заключается в разложении суммарной дисперсии на две величины: дисперсию, обусловленную техникой измерения, и дисперсию, вызванную действием изучаемого фактора.

Рассмотрим простейшую схему дисперсионного анализа, применяемую при проверке гипотезы о влиянии фактора  $A$  на результаты экспериментов.

Пусть даны результаты измерений, разделенные на  $k$  серий:

$$\begin{aligned} & x_{11}, x_{12}, x_{13}, \dots, x_{1n_1} \\ & x_{21}, x_{22}, x_{23}, \dots, x_{2n_2} \\ & \dots\dots\dots \\ & x_{k1}, x_{k2}, x_{k3}, \dots, x_{kn_k} \end{aligned}$$

Таким образом, всего произведено  $N = \sum_{i=1}^k n_i$  опытов, результаты которых

мы обозначим  $x$  с двумя индексами, обозначающими: первый – номер группы, а второй – номер опыта в соответствующей группе. Мы предполагаем, что по наблюдениям каждой группы представляют выборку из нормальной совокупности; дисперсия этих совокупностей  $\sigma^2$  предполагается одинаковой, не зависящей от номера группы. Это предположение будет играть очень существенную роль, и потребует проверки приемом, описанным, например в [2]. Обозначая через  $a_i$  центр  $i$ -й совокупности, можно положить:

$$x_{i\nu} = a_i + x'_{i\nu}, \quad (3)$$

где  $x'_{i\nu}$  – случайные отклонения в каждом индивидуальном опыте.

Изменение «существенных» компонент  $a_i$  в разложении (3) будет отражать влияние факторов: каждому варианту  $A_i$  отвечают соответствующие значения  $a_i$ . Для того, чтобы обнаружить влияние этих факторов, мы «построим» нулевую гипотезу:

$$a_1 = a_2 = \dots = a_k = a = \text{const},$$

как раз основанную на отрицании этого влияния.

Пусть  $\bar{x}_i$  – среднее арифметическое  $i$ -й выборки  $\bar{x}_i = \frac{\sum_{\nu=1}^{n_i} x_{i\nu}}{n_i}$ . Для каждого  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) можно написать соотношение:

$$\sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - a_i)^2 = \sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - \bar{x}_i)^2 + n_i (\bar{x}_i - a_i)^2. \quad (4)$$

Суммируя соотношения, подобные (2) при всех  $i$ , получим:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - a_i)^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - \bar{x}_i)^2 + \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - a_i)^2. \quad (5)$$

Первая из сумм правой части (5) по теории сложения для  $\chi^2$ -распределения будет распределена, как  $\sigma^2 \chi^2$  с  $N - k$  ( $N = \sum_{i=1}^k n_i$ ) степенями свободы, тогда как вторая распределяется по тому же закону с  $k$  степенями свободы – оба члена представляют независимые друг от друга величины. Каждое из слагаемых, поделенное на соответствующее число степеней свободы, может рассматриваться как оценка параметра  $\sigma^2$ .

Полагая

$$s_r^2 = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - \bar{x}_i)^2}{N - k}, \quad (6)$$

мы будем иметь несмещенную оценку  $\sigma^2$ , основанную лишь на колебаниях внутри каждой из выборок и не зависящую от величины центров  $a_1, a_2, \dots, a_k$  отдельных совокупностей.

Полагая

$$s_a^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2}{k - 1}, \quad (7)$$

мы будем иметь оценку  $\sigma^2$ , распределенную по закону  $\chi^2$  и основанную на колебаниях средних в выборках около общего среднего. Она не зависит от  $s_r^2$ , основанной на колебаниях индивидуальных значений внутри каждой серии около отвечающих им средних.

Тогда при нашем предположении отношение

$$F = \frac{s_a^2}{s_r^2} \quad (8)$$

имеет  $F$  – распределение с  $k - 1$  и  $N - k$  степенями свободы. Если гипотеза неверна, то величина  $s_a^2$  будет больше  $\sigma^2$  и отношение  $\frac{s_a^2}{s_r^2}$  будет стремиться значительно превзойти единицу. Это обстоятельство позволяет установить наличие систематических погрешностей в результатах измерений [3].

Рассмотренная нами простейшая схема дисперсионного анализа представлена в табл. 1.

Таблица 1 – Простейшая схема дисперсионного анализа

Вариация	Соответствующая сумма квадратов	Число степеней свободы	Оценка дисперсии
Между выборками	$\sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2$	$k - 1$	$s_a^2$
Внутри выборок	$\sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - \bar{x}_i)^2$	$\sum_{i=1}^k n_i - k = N - k$	$s_r^2$
Общая	$\sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - \bar{x})^2$	$N - 1$	

Схему вычисления запишем в виде таблицы (см. табл. 2).

Таблица 2 – Вычислительная схема дисперсионного анализа

№ выборки	Наблюдения	Число наблюдений	Суммы	Суммы квадратов	Квадраты сумм, отнесённые к числу наблюдений в группе	Суммы квадратов отклонений	Число степеней свободы
1	$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n_1}$	$n_1$	$\sum_{v=1}^{n_1} x_{1^v}$	$\sum_{v=1}^{n_1} x_{1^v}^2$	$\frac{\left(\sum_{v=1}^{n_1} x_{1^v}\right)^2}{n_1}$	$\sum_{v=1}^{n_1} (x_{1^v} - \bar{x}_1)^2$	$n_1 - 1$
2	$x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}$	$n_2$	$\sum_{v=1}^{n_2} x_{2^v}$	$\sum_{v=1}^{n_2} x_{2^v}^2$	$\frac{\left(\sum_{v=1}^{n_2} x_{2^v}\right)^2}{n_2}$	$\sum_{v=1}^{n_2} (x_{2^v} - \bar{x}_2)^2$	$n_2 - 1$
....	....	....	....	....	....	....	....
$k$	$x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kn_k}$	$n_k$	$\sum_{v=1}^{n_k} x_{k^v}$	$\sum_{v=1}^{n_k} x_{k^v}^2$	$\frac{\left(\sum_{v=1}^{n_k} x_{k^v}\right)^2}{n_k}$	$\sum_{v=1}^{n_k} (x_{k^v} - \bar{x}_k)^2$	$n_k - 1$
	Общий итог	$N$	$\sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} x_{i^v}$	$\sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} x_{i^v}^2$	$\sum_{i=1}^k \frac{\left(\sum_{v=1}^{n_i} x_{i^v}\right)^2}{n_i}$	$\sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - \bar{x}_i)^2$	$N - k$

Вычисление сумм, характеризующих вариации между выборками и внутри их, происходит по формулам, в которых использованы итоговые данные таблицы:

$$s_r^2(N - k) = \sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - \bar{x}_i)^2, \quad (9)$$

$$s_a^2(k - 1) = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^k \frac{\left( \sum_{v=1}^{n_i} x_{i^v} \right)^2}{n_i} - \frac{\left( \sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} x_{i^v} \right)^2}{N}. \quad (10)$$

Для проверки можно использовать соотношение:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - \bar{x})^2 = s_r^2(N - k) + s_a^2(k - 1). \quad (11)$$

Если нулевая гипотеза подтвердилась, оценим дисперсию  $\sigma^2$  с помощью несмещенной оценки  $\bar{s}_0^2$  по совокупности всех наблюдений:

$$\bar{s}_0^2 = \frac{Q}{N - 1} = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - \bar{x})^2}{N - 1}. \quad (12)$$

Для оценки  $a$  при этом мы используем  $\bar{x}$  и можем построить доверительный интервал, пользуясь распределением Стьюдента для:

$$t = \frac{\bar{x} - a}{\frac{s_0}{\sqrt{N}}} \quad (13)$$

с  $(N - 1)$  степенями свободы.

Если же зависимость от факторов обнаружена (нулевая гипотеза не подтвердилась), то возможно оценить «существенные» компоненты  $a_i$  с помощью  $\bar{x}_i$ , воспользовавшись опять отношением Стьюдента

$$t_i = \frac{\bar{x}_i - a_i}{\frac{s_r}{\sqrt{n_i}}} \quad (14)$$

с  $(N - k)$  степенями свободы при любом  $i$ .

Таким образом, для каждого  $a_i$  мы можем построить доверительный интервал. В некоторых случаях представляет интерес оценить разность  $a_i - a_j$  между центрами двух групп; с этой целью обычно используют критерий Стьюдента

$$t = \frac{(\bar{x}_i - \bar{x}_j) - (a_i - a_j)}{s_r \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}}} \quad (15)$$

с  $(N - k)$  степенями свободы.

### 3 ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Пусть известны данные об отклонениях показаний в микрометрах по общепринятому критерию  $H_{ck}$  чистоты поверхности четырех различных моделей профилометров от показаний образцового профилометра при проверке поверхности 7-го класса чистоты. В табл. 3 приведены данные, полученные в результате четырех повторных проверок одной и той же поверхности с помощью каждого из четырех приборов.

Таблица 3 – Результаты четырех повторных проверок поверхности

№ повторных измерений	Номера и модели приборов			
	1 КВ	2 ПИ5	3 ПИ5/6	4 ПИ6
1	-0,21	+0,16	+0,10	+0,12
2	-0,06	+0,08	-0,07	-0,04
3	-0,17	+0,03	+0,15	-0,02
4	-0,14	+0,11	-0,05	+0,11

Дисперсии во всех четырех сериях предполагаются одинаковыми. Требуется проверить гипотезу об однородности ряда средних  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4$ , иными словами, требуется проверить предположение об отсутствии существенных систематических погрешностей у приборов. Данную задачу решим по изложенной выше методике. Для удобства и наглядности вычислений расположим наши данные в табл. 4 и табл. 5.

Таблица 4 – Транспонированная таблица результатов измерений

№ приборов по порядку	Наблюдаемые значения в сотых долях микрометра					
	$x_{i1}$	$x_{i2}$	$x_{i3}$	$x_{i4}$	$\sum_{v=1}^{n_i} x_{iv}$	$\sum_{v=1}^{n_i} x_{iv}^2$
1	-21	-6	-17	-14	-58	962
2	16	8	3	11	38	450
3	10	-7	15	-5	13	399
4	12	-4	-2	11	17	285
$\sum_{i=1}^k$	17	-9	-1	3	10	2096

Таблица 5 – Сводные результаты дисперсионного анализа

№ прибор- ов по порядку	$n_i$	$\sum_{v=1}^{n_i} x_{i^v}$	$\sum_{v=1}^{n_i} x_{i^v}^2$	$\left(\sum_{v=1}^{n_i} x_{i^v}\right)^2$	$\frac{\left(\sum_{v=1}^{n_i} x_{i^v}\right)^2}{n_i}$	$\sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - \bar{x}_i)^2$	$f_i$	$\bar{x}_i$
1	4	-58	962	3364	841	121	3	-14,5
2	4	38	450	1444	361	89	3	9,5
3	4	13	399	169	42,25	356,75	3	3,25
4	4	17	285	289	72,25	212,75	3	4,25
$\sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i}$	16	10	2096	5266	1316,5	779,5	12	2,5

Вычисляем по формулам (9) и (10) суммы, характеризующие вариации, используя итоговые данные табл. 5.

$$s_r^2(N - k) = \sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - \bar{x}_i)^2 = 779,5,$$

$$s_a^2(k - 1) = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^k \frac{\left(\sum_{v=1}^{n_i} x_{i^v}\right)^2}{n_i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} x_{i^v}\right)^2}{N} = 1316,5 - \frac{10^2}{16} = 1310,25.$$

С целью проверки вычислений определяем еще, следуя (11), сумму

$$\sum_{i=1}^k \sum_{v=1}^{n_i} (x_{i^v} - \bar{x})^2 = 2096 - \frac{10^2}{16} = 2089,75$$

и убеждаемся, что  $2089,75 = 779,5 + 1310,25$ , откуда следует, что вычисления сделаны верно.

Определяем теперь критерий  $F$  согласно (8):

$$F = \frac{s_a^2}{s_r^2} = \frac{1310,25 \cdot 12}{779,5 \cdot 3} = 6,7.$$

При числах степеней свободы  $k - 1 = 3$  и  $(N - k) = 16 - 4 = 12$  соответственно для  $s_a^2$  и  $s_r^2$  по табл. 7 находим  $F_{0,05} = 3,49$  и  $F_{0,01} = 5,95$ , мы же получили из наблюдений  $F = 6,7$ .

Таким образом,  $F > F_\alpha$  и с высокой степенью достоверности гипотезу об однородности ряда средних, т. е. предположение об отсутствии систематических погрешностей у приборов, следует отвергнуть на основании проведенных наблюдений.

Построим теперь доверительные интервалы для систематических погрешностей  $a_i$  приборов. Задаваясь уровнем значимости  $\frac{q}{100} = 0,05$ , мы по таблице 8 находим для  $(N - k) = 16 - 4 = 12$  степеней свободы пятипроцентный предел  $t_{5,12} = 2,179$ , откуда, пользуясь (9) и (14), находим:

$$s_r^2 = \frac{779,5}{12} = 64,96,$$

$$s_r = \sqrt{64,96} = 8,06$$

и

$$-14,5 - 2,179 \cdot \frac{8,06}{\sqrt{4}} < a_1 < -14,5 + 2,179 \cdot \frac{8,06}{\sqrt{4}},$$

$$-23,3 < a_1 < -5,7$$

и аналогично

$$0,7 < a_2 < 18,3,$$

$$-5,55 < a_3 < 12,05,$$

$$-4,55 < a_4 < 13,05.$$

Мы видим, что прибор КВ имеет отрицательную систематическую погрешность, которая оценивается 95 %-ными доверительными границами от  $-0,23$  до  $-0,06$ ; наименьшую систематическую погрешность имеет прибор ПИ5/6; она лежит в пределах от  $-0,06$  до  $-0,12$  мкм.

Если принять прибор ПИ5/6 за образцовый, то систематическая составляющая отклонений прибора ПИ6 от его показаний может быть оценена на основе (15) следующим доверительным интервалом:

$$1 - 2,179 \cdot 8,06 \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} < a_4 - a_3 < 1 + 2,179 \cdot 8,06 \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}$$

или

$$-0,11 \text{ мкм} < a_4 - a_3 < 0,13 \text{ мкм}.$$

Таким образом, между систематическими составляющими этих приборов в действительности отсутствует какое-либо различие.

## 4 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

- 1 Что называется погрешностью результата измерения?
- 2 Какое значение принимают за истинное при измерениях: а) однократном; б) многократном?
- 3 Дайте определение погрешности: а) абсолютной; б) относительной; в) систематической; г) случайной.
- 4 Какими могут быть систематические погрешности по характеру изменения во времени?
- 5 Какими характеристиками можно описать случайные погрешности?

## 5 ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

### Варианты 1–9

Решить задачу, рассмотренную в примере, используя данные табл. 6.

### Варианты 10–24

При сличении показаний грузопоршневых барометров различных типов с показаниями эталонного ртутного барометра были получены следующие данные об отклонениях в кгс (см. табл. 6). Полагая, что дисперсии в каждой из серии измерений однородны, требуется проверить предположение об отсутствии существенных систематических погрешностей у приборов и оценить эти погрешности с доверительной вероятностью  $P = 0,95$ .

Таблица 6 – Наблюденные значения в сотых долях единицы измеряемой величины

Номер повторных измерений	Номер варианта											
	1			2				3				
	Номера приборов											
	I	II	III	I	II	III	IV	I	II	III	IV	V
1	-6	4	4	3	4	-1	2	5	2	-1	2	4
2	-7	-1	2	5	1	1	-2	-3	4	6	3	-3
3	-4	2	-1	2	-2	2	3	6	-2	4	2	4
4	1	5	6	-1	2	1	4	7	5	3	4	5
Номер повторных измерений	Номер варианта											
	4			5				6				
	Номера приборов											
	I	II	III	I	II	III	IV	I	II	III	IV	V
1	-6	3	-4	2	-1	3	3	2	3	3	2	1
2	-4	-1	2	4	2	2	-1	-3	1	2	-1	-3
3	2	5	1	2	-1	-1	2	1	3	2	-3	3
4	2	3	-2	3	3	-2	3	2	-1	-2	2	2
5	-3	-2	2	-2	-2	1	-1	3	2	1	3	-3

Номер повторных измерений	Номер варианта											
	7			8				9				
	Номера приборов											
	I	II	III	I	II	III	IV	I	II	III	IV	V
1	7	-1	4	4	6	5	-1	2	5	-1	4	3
2	-2	6	-1	-1	7	6	2	6	4	2	6	-2
3	4	4	4	2	6	-1	1	-1	-2	3	-1	1
4	-3	4	5	5	4	4	2	4	-1	1	3	-2
5	5	-2	-2	6	-4	6	1	3	1	2	5	3
6	2	5	6	-2	2	3	-1	4	3	1	2	1
Номер повторных измерений	Номер варианта											
	10			11				12				
	Номера приборов											
	I	II	III	I	II	III	IV	I	II	III	IV	V
1	-14	10	6	16	-8	10	7	18	12	10	13	12
2	-10	12	8	14	6	6	-2	14	-2	8	6	-4
3	3	4	-2	10	9	-4	-4	-3	-1	-4	-4	8
4	-12	8	-3	12	-5	4	6	11	7	6	7	10
Номер повторных измерений	Номер варианта											
	13			14				15				
	Номера приборов											
	I	II	III	I	II	III	IV	I	II	III	IV	V
1	12	10	10	6	9	-1	7	16	12	9	13	12
2	-2	14	12	8	6	8	-2	-4	10	7	6	11
3	10	-3	10	7	5	-3	4	12	-3	-1	-4	-5
4	8	6	6	-1	7	9	5	-4	11	6	8	10
5	8	8	4	-5	4	7	4	10	8	7	10	-1
Номер повторных измерений	Номер варианта											
	16			17				18				
	Номера приборов											
	I	II	III	I	II	III	IV	I	II	III	IV	V
1	7	12	10	9	10	8	6	16	12	13	9	7
2	8	10	-2	7	9	6	4	11	10	8	7	12
3	10	-5	-3	6	7	8	2	-6	-7	4	3	6
4	-3	-7	4	-1	-3	-1	-5	-4	2	-5	-1	7
5	6	6	5	5	3	4	3	8	4	4	6	-1
Номер повторных измерений	Номер варианта											
	19			20				21				
	Номера приборов											
	I	II	III	I	II	III	IV	I	II	III	IV	V
1	20	7	16	17	14	10	12	21	18	7	11	19
2	11	12	10	-4	-1	1	10	17	10	12	9	12
3	-6	10	-2	11	9	6	5	-2	1	-5	-4	14
4	14	-1	5	6	12	7	8	14	16	10	7	6

Номер повторных измерений	Номер варианта											
	22			23				24				
	Номера приборов											
	I	II	III	I	II	III	IV	I	II	III	IV	V
1	17	-5	14	2	-4	6	-2	14	12	10	5	12
2	10	7	-4	7	6	12	5	11	-8	16	-1	14
3	-3	2	6	11	9	16	4	-6	14	-3	4	17
4	12	8	11	5	7	8	10	17	7	12	7	-2
5	14	4	10	8	11	10	3	12	10	-1	6	11

Таблица 7 – Процентные точки  $F$ -распределения ( $F_{k-1, N-k, 0.95}$ )

$k - 1$	$N - k$					
	9	12	15	16	20	25
2	4,2565	3,8853	3,6823	3,6337	3,4928	3,3852
3	3,8625	3,4903	3,2874	3,2389	3,0984	2,9912
4	3,6331	3,2592	3,0556	3,0069	2,8661	2,7587

Таблица 8 – Процентные точки  $t$ -распределения Стьюдента ( $P = 0,95$ )

$t$	$N - k$					
	9	12	15	16	20	25
$t$	2,262	2,179	2,131	2,120	2,086	2,060

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1 **Дунин-Барковский, И.В.** Теория вероятностей и математическая статистика в технике (общая часть) / И.В. Дунин-Барковский, Н.В. Смирнов. – М. : Гостехиздат, 1955. – 556 с.

2 **Румшинский, Л.З.** Математическая обработка результатов эксперимента / Л.З. Румшинский. – М. : Главная ред. физ.-мат. литературы изд-ва «Наука», 1971. – 192 с.

3 **Долинский, Е.Ф.** Обработка результатов измерений / Е.Ф. Долинский. – М. : Изд-во стандартов, 1973. – 191 с.

*Учебное издание*

**Рядченко Гавриил Викторович**

**Буракова Марина Андреевна**

**Бондаренко Вероника Александровна**

## **ВЫЯВЛЕНИЕ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ**

Печатается в авторской редакции

Технический редактор Т.И. Исаева

Подписано в печать 13.07.15. Формат 60×84/16.

Бумага газетная. Ризография. Усл. печ. л. 0,93.

Тираж        экз. Изд. № 5078. Заказ        .

Редакционно-издательский центр ФГБОУ ВПО РГУПС.

---

Адрес университета: 344038, г. Ростов н/Д, пл. Ростовского Стрелкового Полка  
Народного Ополчения, 2.